

Dana Černá

Waveletové metody pro oceňování opcí

Wavelet methods for option pricing

Typ práce: BP/DP (obor volitelně)

Abstrakt: Oceňování opcí patří mezi pokročilé partie finanční matematiky. Nejčastěji se k oceňování opcí používá Black-Scholesův model a Lévyho model. Black-Scholesův model je reprezentován nestacionární nelineární parciální diferenciální rovnicí. Výpočtová oblast, počáteční podmínky a okrajové podmínky závisí na typu opce. Lévyho model je rozšířením Black-Scholesova modelu a kromě Black-Scholesova operátoru obsahuje ještě integrální operátor. Jedná se tedy o integro-diferenciální rovnici.

Waveletové metody se jeví jako velmi vhodné metody k řešení těchto typů úloh z několika důvodů: Výpočtovou oblastí je zpravidla obdélník a waveletové báze na obdélníku je snadné zkonstruovat a narozdíl od většiny bází jsou waveletové báze dobře podmíněné. Wavelety mají takzvanou kompresní vlastnost. To znamená, že v oblastech, kde je funkce hladká, je většina waveletových koeficientů malých a pouze v okolí singularit nabývají koeficienty větších hodnot. Funkce proto může být ve waveletové bázi s dostatečnou přesností reprezentována malým počtem parametrů. V neposlední řadě je výhodou waveletových metod také aproximace vysokého řádu a dobrá podmíněnost matic tuhosti.

Cíl práce: Cílem práce je seznámit se s problematikou oceňování opcí, konstrukcí waveletových bází a metodami pro řešení operátorových rovnic založených na waveletech. Pro vybrané typy opcí bude vytvořen program pro jejich oceňování.

Požadavky: Základní znalost alespoň jednoho programovacího jazyka nebo softwaru pro matematické výpočty (MATLAB, Fortran, C, C++).

Metody: Zpracování tématu dle literatury, tvorba programu, numerické experimenty.

Literatura:

- Achdou, Y., and Pironneau, O.: *Computational methods for option pricing*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2005.
- Černá, D., and Finěk, V.: Adaptive wavelet method for the Black-Scholes equation of European options. Submitted for publication.
- Černá, D., and Finěk, V.: Wavelet basis of cubic splines on the hypercube satisfying homogeneous boundary conditions. *Int. J. Wavelets Multiresolut. Inf. Process.* **3** (2015), 1550014 (21 pages).

- Rometsch, M.: *A wavelet tour of option pricing*. PhD thesis, Universität Ulm, 2010.
-

Numerická integrace

Numerical integration

Typ práce: BP

Cíl práce: Cílem bakalářské práce je seznámit se s numerickými metodami pro výpočet určitého integrálu, tyto metody implementovat a porovnat z hlediska rychlosti konvergence, časové a paměťové náročnosti, numerické stability a vhodnosti použití pro daný typ integrálu. Student se dále seznámí s vybranými knihovnami pro paralelní výpočty a bude se zabývat také paralelizací algoritmů pro numerický výpočet určitého integrálu.

Požadavky: Základní znalost alespoň jednoho programovacího jazyka nebo softwaru pro matematické výpočty (MATLAB, Fortran, C, C++).

Metody: Zpracování tématu dle literatury, tvorba programu, numerické experimenty.

Literatura:

- Ueberhuber, Ch. W.: *Numerical Computation 1, 2. Methods, Software, and Analysis*. Springer, 1997.
 - Segethová, J.: *Základy numerické matematiky*. Karolinum, Praha.
-

Webové stránky pro výuku kombinatoriky na střední škole

Websites for teaching of combinatorics at high school

Typ práce: BP pro učitelské obory

Cíl práce: Student prostuduje dostupné učebnice, sbírky úloh a webové stránky týkající se kombinatoriky. Na základě prostudované literatury vytvoří vlastní webové stránky, které budou sloužit jako pomůcka pro výuku kombinatoriky na střední škole. Na stránkách bude umístěna teorie, řešené i neřešené příklady a také interaktivní testy.

Metody: Zpracování tématu dle literatury, tvorba příkladů a testů, tvorba webových stránek.

Literatura:

- E. Calda, V. Dupač: Matematika pro gymnázia – Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika. Prometheus, Praha, 2003.
 - M. Koucký: Sběrka příkladů z diskretní matematiky. Technická univerzita v Liberci, 2003.
 - J. Polák: Přehled středoškolské matematiky. Prometheus, Praha, 2004.
 - Ročenky české matematické olympiády.
 - <http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/diplomky/kombinatorika/index.htm>
-

Waveletová komprese obrazu**Typ práce:** BP/DP

Cíl práce: Cílem je seznámit se s diskretní waveletovou transformací a jejím užitím při waveletové kompresi obrazu. Student nastuduje základní pojmy teorie waveletů a diskretní waveletovou transformaci. Zaměří se zejména na způsoby adaptace diskretní waveletové transformace na interval. Dále se seznámí s waveletovou kompresí dat a provede numerické srovnání chyby komprese v závislosti na použitém filtru a metodě pro zpracování okrajů obrazu.

Požadavky: Znalost alespoň jednoho programovacího jazyka.

Metody: Zpracování tématu dle literatury, tvorba programu, numerické experimenty.

Literatura:

- Acharya, T.; Tsai, P. S.: JPEG2000 standard for image compression: concepts, algorithms and VLSI architectures. Wiley-Interscience, Hoboken, 2005.
- Černá, D.; Finěk, V. et al.: Boundary artifact reduction in wavelet image compression. In: Technical Computing Prague 2009, Prague, 2009.
- Najzar, K.: Základy teorie waveletů. Karolinum, Praha, 2004.
- ISO/IEC 15444-1, Information Technology-JPEG2000 Image Coding System, Part 2: Extensions, 2000.
- Welstead, S.: Wavelet and Fractal Image Compression Techniques. SPIE Publications, 1999.