

Opakování - rozklad na parciální zlomky a integrace

Příklad 1. Rozložte na parciální zlomky funkce

$$\text{a) } \frac{x-1}{x^3+2x^2+x} \quad \left[\frac{2}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right]$$

$$\text{b) } \frac{3x}{x^3-1} \quad \left[\frac{1}{x-1} + \frac{1-x}{x^2+x+1} \right]$$

$$\text{c) } \frac{x^3+2x^2+x-1}{x+2} \quad \left[x^2+1 - \frac{3}{x+2} \right]$$

Příklad 2. Určete tvar rozkladu na parciální zlomky pro funkce

$$\text{a) } \frac{x^3+1}{x^4-16} \quad \left[\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx+D}{x^2+4} \right]$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{x^2+2x+15} \quad \left[\frac{x+1}{x^2+2x+15} \right]$$

$$\text{c) } \frac{x+1}{x^2+2x-15} \quad \left[\frac{A}{x+5} + \frac{B}{x-3} \right]$$

$$\text{d) } \frac{4x+2}{x^4-x^3} \quad \left[\frac{A}{x^3} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x} + \frac{D}{x-1} \right]$$

Příklad 3. Vypočtěte

$$\text{a) } \int \frac{\ln 2x}{x^3} dx \quad \left[-\frac{\ln 2x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2} + c \right]$$

$$\text{b) } \int \frac{5e^x+1}{e^{2x}-1} e^x dx \quad [2 \ln |e^x+1| + 3 \ln |e^x-1| + c]$$

$$\text{c) } \int_1^3 x e^{2x} dx \quad \left[\frac{5e^6}{4} - \frac{e^2}{4} \right]$$

$$\text{d) } \int_1^\infty e^{-x} dx \quad \left[\frac{1}{e} \right]$$

$$\text{e) } \int_0^{\pi/8} \text{tg}^2(2x) dx \quad \left[\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8} \right]$$

$$\text{f) } \int_1^2 \frac{\ln x}{(1 + \ln x)x} dx \quad [\ln 2 - \ln(1 + \ln 2)]$$

$$\text{g) } \int (1 + \sin^5 x) \cos x dx \quad \left[\sin x + \frac{\sin^6 x}{6} + c \right]$$

$$\text{h) } \int \frac{x^2 + 6x + 7}{x^2 + 3x + 2} dx \quad [x + \ln|x + 2| + 2 \ln|x + 1| + c]$$

$$\text{i) } \int_{-2}^{-1} \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx \quad \left[\frac{\pi}{4} \right]$$