

# NUMERICKÉ METODY

Dana Černá

<http://www.fp.tul.cz/kmd/>

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Technická univerzita v Liberci

## SFÉRICKÉ KYVADLO

Poloha hmotného bodu je určena funkcí

$\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$ . Hmotný bod má hmotnost  $m$ , působí na něj gravitační síla  $\mathbf{F} = (0, 0, -gm)$ , kde  $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$ , a pohybuje se po sférické ploše, která má rovnici

$\Phi(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 1 = 0$ . Pohyb je popsán rovnicemi:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \frac{1}{m} \left( \mathbf{F} - \frac{m \dot{\mathbf{x}}^T H \dot{\mathbf{x}} + \nabla \Phi^T \mathbf{F}}{|\nabla \Phi|^2} \nabla \Phi \right) \quad \text{pro } t > 0.$$

Matice  $H$  je Hessova matice funkce  $\Phi$ , která má prvky  $H_{ij} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_j}$  pro  $i, j = 1, 2, 3$ . Dále jsou dány počáteční podmínky:

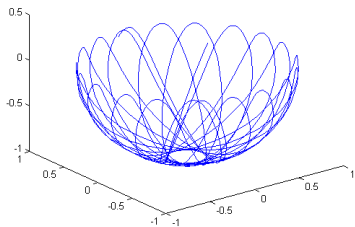
$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 = (0; 1; 0), \quad \dot{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{v}_0 = (0,8; 0; 1,2).$$

## ŘEŠENÍ V MATLABU

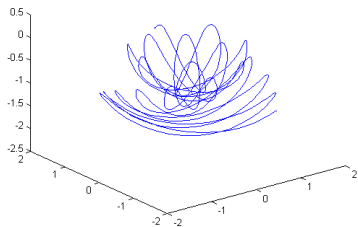
Máme zadánu soustavu tří rovnic druhého řádu, převedeme je na soustavu šesti rovnic prvního řádu. Tuto soustavu budeme řešit Rungeho-Kuttovou metodou pomocí vestavěných řešičů *ode23* (metoda RK2) a *ode45* (metoda RK4). Výchozí relativní tolerance je 0,001.

## ŘEŠENÍ V MATLABU

Máme zadánu soustavu tří rovnic druhého řádu, převedeme je na soustavu šesti rovnic prvního řádu. Tuto soustavu budeme řešit Rungeho-Kuttovou metodou pomocí vestavěných řešičů *ode23* (metoda RK2) a *ode45* (metoda RK4). Výchozí relativní tolerance je 0,001.



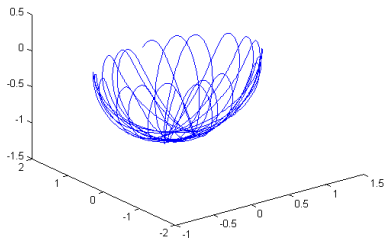
*ode23*



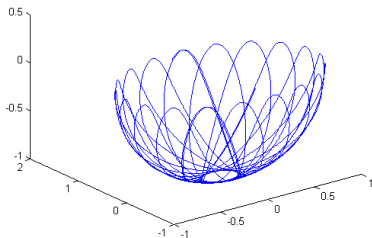
*ode45*

## ŘEŠENÍ V OCTAVE

Použijeme stejné řešiče a stejnou relativní toleranci 0,001.



*ode23*



*ode45*