

Seminář z numerické matematiky 2 - příklady 2

Příklad 1. Sférické kyvadlo

Poloha hmotného bodu je určena funkcí $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$. Hmotný bod má hmotnost m , působí na něj gravitační síla $\mathbf{F} = (0, 0, -gm)$, kde $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$, a pohybuje se po sférické ploše, která má rovnici $\Phi(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 1 = 0$. Pohyb je popsán rovnicemi:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \frac{1}{m} \left(\mathbf{F} - \frac{m \dot{\mathbf{x}}^T H \dot{\mathbf{x}} + \nabla\Phi^T \mathbf{F}}{|\nabla\Phi|^2} \nabla\Phi \right) \quad \text{pro } t > 0.$$

Matice H je Hessova matice funkce Φ , která má prvky $H_{ij} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_j}$ pro $i, j = 1, 2, 3$. Dále jsou dány počáteční podmínky:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 = (0; 1; 0), \quad \dot{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{v}_0 = (0,8; 0; 1,2).$$

Danou řešte pomocí vybraných řešičů Matlabu a Octave. Vypracujte protokol, kde bude uvedeno zadání úlohy, popis řešení, obrázky řešení a závěr.