

## Opakování + ukázka zápočtového testu

1. Najděte inverzní funkci k funkci  $f(x) = \frac{3 - \operatorname{cotg}(1 - 2x)}{4}$  a pro funkce  $f$  a  $f^{-1}$  určete definiční obor a obor hodnot, tak aby na těchto oborech byly tyto funkce navzájem inverzní. (5)

2. Bez použití l'Hospitalova pravidla spočtěte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^3 - n^2 + 1}{n^2 + 2n - 1} + \sqrt[n]{10},$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{-x} - \sqrt[3]{2+x}}{x+1},$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2}{(x^3 - x)^2}. \quad (10)$$

3. Spočítejte první derivaci podle  $x$  pro následující funkce a určete definiční obor

$$f_1(x) = \left( \operatorname{arctg} \frac{2x}{x^2 - 1} \right)^2 + \frac{2}{3},$$

$$f_2(x) = 2^x \sqrt[4]{5 + 4x - x^2} - \arccos \frac{x - 2}{2},$$

$$f_3(x) = 10^{\operatorname{cotg} x^3} - \log_{10} \left( \frac{x^2}{4} \right) - \ln 2x,$$

$$f_4(x) = \frac{e^{2x} \sin(4x)}{\cos x} + x^{2x} + e^x. \quad (15)$$

4a. Definujte funkci prostou, inverzní a identickou. Napište větu o existenci a jednoznačnosti inverzní funkce. (5)

4b. Napište větu o aritmetice limit posloupností a větu o limitě sevřené posloupnosti. Uveďte výsledek limity  $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n$  v závislosti na parametru  $a \in \mathbb{R}$ . (6)

5a. Napište definici spojitosti zleva, zprava a v intervalu. Dále napište větu o spojitosti inverzní funkce. (4)

5b. Napište větu o derivaci inverzní funkce. Odvoďte derivaci funkce  $\ln x$ . (5)