

Cvičení 10

Příklad 1. Najděte Taylorův rozvoj a určete obor (stejněměrné) konvergence u následujících funkcí

- $\sin x$ v bodě $x = 0$ $\left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{(2n-1)!} \text{ pro } x \in (-\infty, \infty) \right),$

- $\cos x$ v bodě $x = 0$ $\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \text{ pro } x \in (-\infty, \infty) \right),$

- e^x v bodě $x = 0$ $\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \text{ pro } x \in (-\infty, \infty) \right),$

- $(1+x)^p$, $p \in \mathbb{R}$ v bodě $x = 0$ $\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p \cdot (p-1) \dots (p-n+1) x^n}{n!} \text{ pro } x \in (-1, 1) \right),$

- $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ v bodě $x = 0$ $\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} x^{2n} \text{ pro } x \in (-1, 1) \right),$

- $\arcsin x$ v bodě $x = 0$ $\left(x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \text{ pro } x \in (-1, 1) \right),$

- $\ln(1+x)$ v bodě $x = 0$ $\left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n} \text{ pro } x \in (-1, 1] \right),$

- $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ v bodě $x = 0$ $\left(2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} \text{ pro } x \in (-1, 1) \right).$