

# Matematika 1A (Fakulta strojní) - cvičení 6-8

KMD/M1A a KMD/M1A-P (2012/2013)

## Průběh funkce $y = f(x)$

- určete definiční obor  $D_f$  funkce  $f$
- rozhodněte o spojitosti funkce, příp. stanovte body nespojitosti
- určete limity v krajních bodech  $D_f$
- rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá, příp. periodická
- vypočítejte první derivaci funkce  $f$  a určete  $D_{f'}$
- určete maximální intervaly monotonie a stanovte lokální extrémy funkce  $f$
- vypočítejte druhou derivaci funkce  $f$  a určete  $D_{f''}$
- určete maximální intervaly, kde je funkce  $f$  konvexní, resp. konkávní, a stanovte inflexní body funkce  $f$
- nalezněte globální extrémy funkce  $f$  na celém jejím definičním oboru (pokud existují)
- najděte předpis pro svislé, resp. šikmé asymptoty (pokud existují)
- dle potřeby určete další vlastnosti funkce  $f$ , např. průsečíky se souřadnicovými osami, funkční hodnoty ve významných bodech nebo intervaly, na nichž je funkce kladná, resp. záporná
- načrtněte graf funkce  $f$ 
  - načrtněte nejprve soustavu  $Oxy$ , vyznačte asymptoty (pokud existují)
  - vyznačte průsečíky grafu funkce s osou  $x$  a osou  $y$  a funkční hodnoty v bodech lokálních extrémů a inflexních bodech
  - načrtněte část grafu funkce s využitím hodnot limit v krajních bodech  $D_f$
  - dokreslete celý graf se všemi podstatnými kvalitativními rysy

**Příklad 1.** Vyšetřete průběh funkce:

- |                      |   |                             |   |
|----------------------|---|-----------------------------|---|
| a) $f(x) = xe^x$     | □ | b) $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$ | □ |
| c) $f(x) = e^{-x^2}$ | □ | d) $f(x) = \ln(1+x^2)$      | □ |
| e) $f(x) = x \ln x$  | □ | f) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ | □ |

**Příklad 2.** Určete rovnici tečny a normály v dotykovém bodě  $T$  ke grafu funkcí  $f$  uvedených v Příkladě 1. Bod  $T$  stanovte jako význačný bod grafu funkce  $f$ , např. průsečík s osami  $x$  či  $y$ , nebo inflexní bod, popř. lokální extrém.