

Matematika 1B (KMD/M1B-P) - cvičení 2

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2014/2015 a vyšší)

Příklad 1. Určete a načrtněte definiční obory funkcí více proměnných:

- a) $f(x, y) = \frac{1}{25 - x^2 - y^2}$ [rovina \mathbb{R}^2 bez kružnice se středem $[0; 0]$ a poloměrem 5]
- b) $f(x, y) = \sqrt{3x} - \frac{2}{\sqrt{y}}$ [I. kvadrant včetně kladné poloosy y]
- c) $f(x, y) = \frac{2}{\sqrt{xy}}$ [I. a III. kvadrant]
- d) $f(x, y) = \frac{\pi}{6} y^2 \sqrt{x^2 - y^2}$ [dva výseky roviny \mathbb{R}^2 vymezené přímkami $y = \pm x$, obsahující osu x včetně přímkou $y = \pm x$]
- e) $f(x, y) = \ln \left(\frac{x^2 + 2x + y^2}{x^2 - 2x + y^2} \right)$ [část roviny \mathbb{R}^2 vně dvou jednotkových kružnic se středy $[\pm 1; 0]$]
- f) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2}$ [čtverec s vrcholy $[\pm 1; \pm 1]$]
- g) $f(x, y) = \arcsin(x + y)$ [rovinný pás vymezený dvěma rovnoběžnými přímkami $y = -x \pm 1$ včetně přímkou $y = -x \pm 1$]

Příklad 2. Najděte řezy grafu funkce $z = f(x, y)$ rovinami rovnoběžnými se souřadnicovými rovinami ρ_{yz} (tj. $x = 0$) a ρ_{xz} (tj. $y = 0$), jestliže:

- a) $f(x, y) = x^2 - y^2$ [$x = h : z = h^2 - y^2$ (paraboly), $y = h : z = x^2 - h^2$ (paraboly)]
- b) $f(x, y) = xy^2$ [$x = h : z = hy^2$ (paraboly), $y = h : z = h^2 x$ (přímky)]

Příklad 3. Naleznete konstantní hladiny a vrstevnice (popř. popište graf) následujících funkcí:

- a) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ [soustředné kružnice a počátek O , (grafem kulová hemisféra)]
- b) $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2$ [soustředné elipsy a počátek O , (eliptický paraboloid)]
- c) $f(x, y) = xy$ [soustředné hyperboly a souřadnicový kříž]
- d) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x$ [soustředné kružnice a bod $[1; 0]$, (rotační paraboloid)]
- e) $f(x, y) = x + y$ [rovnoběžné přímky, (rovina)]
- f) $f(x, y) = x^2 - y^2$ [hyperboly]
- g) $f(x, y, z) = x + y + z$ [roviny]

Příklad 4. Utvořte složenou funkci $f = h(g_1, g_2)$, je-li:

- a) $g_1(x, y) = x + 2y$, $g_2(x, y) = x^y$, $h(x, y) = x + y$ [$x + 2y + x^y$]
- b) $g_1(x, y) = 3xy$, $g_2(x, y) = x^2 - y^2$, $h(x, y) = \sin x + \sqrt{y}$ [$\sin(3xy) + \sqrt{x^2 - y^2}$]
- c) $g_1(x, y) = x - y$, $g_2(x, y) = x + y$, $h(x, y) = \sqrt{xy}$ [$\sqrt{x^2 - y^2}$]
- d) $g_1(x, y) = y \operatorname{arctg} x$, $g_2(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, $h(x, y) = y + \ln x$ [$\sqrt{x^2 + y^2} + \ln(y \operatorname{arctg} x)$]