

## Příklady k zápočtu z Matematiky 1A (celkem bude 100)

Vypočítejte následující limity posloupnosti.

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+1}{n^4+1}$
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-\frac{3}{n})(4-\frac{1}{n})(2n+1)}{(8+\frac{1}{n})(10n+3)}$
3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n+5})^{n+5}$

Vypočítejte následující limity funkcí.

4.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+1}{3x-2}$
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 3 \sin x}{x^2 - 2\sqrt{x+5}}$
6.  $\lim_{x \rightarrow 4} \log(x^2 - 2x + 2)$
7.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-8x+15}$
8.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+2x^2-4x-8}{x^3-6x^2+11x-6}$
9.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+4}$
10.  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{\sqrt{x+3}-3}$
11.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{3x^2-14x-5}$
12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$
13.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$
14.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$
15.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin x}{2 \sin x + 3x}$
16.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+1}}{\operatorname{tg} 3x}$
17.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (x - \frac{\pi}{2}) \operatorname{tg} x$

Vypočítejte následující jednostranné limity funkcí.

18.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2-1|}{x-1}$
19.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2-1|}{x-1}$
20.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{x-2}$
21.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3}{x-2}$
22.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3}{(x-1)^2}$
23.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3}{(x-1)^2}$
24.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{1-x}$

25.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{1-x}$

26.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x-1}{\sin(x-1)}$

27.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x-1}{\sin(x-1)}$

Určete derivaci funkce.

28.  $f(x) = \frac{x \sin x}{1+\operatorname{tg} x}$

29.  $f(x) = x \log x$

30.  $f(x) = \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x + x \cos x}$

31.  $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$

32.  $f(x) = \frac{\arcsin x}{x}$

33.  $f(x) = \frac{x}{\operatorname{arctg} x}$

34.  $f(x) = x\sqrt{x}$

35.  $f(x) = (\sin x)^x$

Nalezněte definiční obor funkce.

36.  $f(x) = xe^x$

37.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

38.  $f(x) = e^{-x^2}$

39.  $f(x) = \ln(1+x^2)$

40.  $f(x) = x \ln x$

Nalezněte limity v "krajních" bodech definičního oboru a v bodech nespojitosti funkce.

41.  $f(x) = xe^x$

42.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

43.  $f(x) = e^{-x^2}$

44.  $f(x) = \ln(1+x^2)$

45.  $f(x) = x \ln x$

Určete obory monotónie a lokální extrémy.

46.  $f(x) = xe^x$

47.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

48.  $f(x) = e^{-x^2}$

49.  $f(x) = \ln(1 + x^2)$

50.  $f(x) = x \ln x$

Určete obory konvexnosti, konkávnosti a inflexní body.

51.  $f(x) = xe^x$

52.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

53.  $f(x) = e^{-x^2}$

54.  $f(x) = \ln(1 + x^2)$

55.  $f(x) = x \ln x$

Určete šikmé a svislé asymptoty, existují-li.

56.  $f(x) = xe^x$

57.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

58.  $f(x) = e^{-x^2}$

59.  $f(x) = \ln(1 + x^2)$

60.  $f(x) = x \ln x$

Určete další charakteristiky, jako průsečíky s osami souřadnic, strmost v inflexních bodech, ...

61.  $f(x) = xe^x$

62.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

63.  $f(x) = e^{-x^2}$

64.  $f(x) = \ln(1 + x^2)$

65.  $f(x) = x \ln x$

Nakreslete graf.

66.  $f(x) = xe^x$

67.  $f(x) = \frac{x}{3-x^2}$

68.  $f(x) = e^{-x^2}$

69.  $f(x) = \ln(1 + x^2)$

70.  $f(x) = x \ln x$